

LECCION 14

TEORIA: LECCION N° 14

Resolución de Circuitos

Esta es la última lección de nuestro Curso de Electrónica y está destinada a darle herramientas de cálculo para la resolución de circuitos. Ud. ya conoce los componentes básicos, tales como resistores, capacitores, bobinas, transformadores, diodos y transistores, sabe cómo operan y qué función cumple cada uno en un circuito; pues bien, ahora nos ocuparemos de la parte “matemática”, es decir, cuál es el valor de la corriente que circula por un elemento o qué valor debe tener un componente que debe ser sustituido. De más está decirle que la electrónica no termina aquí, que existen otros componentes y diferentes grados de complejidad en esquemas electrónicos, pero los conocimientos que posee le permitirán encarar sin problemas el estudio de electrónica superior. Como esta lección incluye muchas fórmulas, decidimos diagramarla en dos columnas para facilitar su estudio.

Por: Horacio D. Vallejo

.....

Veremos en este capítulo los métodos que facilitan la resolución de circuitos electrónicos. Para ello, analizaremos las dos leyes de Kirchhoff, y luego los métodos de las mallas y de los nodos.

Precisaremos enunciar algunas definiciones, referentes a la constitución de los circuitos, que servirán para describir ciertos aspectos fundamentales. El conocimiento previo de estas definiciones facilitará los análisis posteriores.

- Componente:

Es todo elemento físico que presenta una propiedad eléctrica (capacitores, resistores, generadores, inductores, etc.).

- Circuito:

Se consigue con la interconexión de diversos com-

ponentes. También se utiliza a veces el término “red”, pero preferentemente en relación a los circuitos más complicados, y a los vinculados con la generación y distribución de energía eléctrica.

- Sistema:

Es la combinación organizada de partes -de iguales o diferentes naturalezas- que juntas forman un todo unitario y complejo que tiene una finalidad determinada. Por ejemplo, un automóvil es una combinación de estructuras y equipamiento mecánico, eléctrico, electrónico, hidráulico, neumático, etc., cuya finalidad es transportar personas, por vía terrestre y en forma sistemática y segura.

Un circuito puede entonces ser o no un sistema, según sea “**el todo**” o solamente una parte. Así por ejemplo, un diferenciador RC como el estudiado en el

capítulo anterior puede ser un sistema si se lo toma aisladamente, pero no lo será considerado como parte del modulador (subsistema) de un equipo de radar (sistema).

- Topología:

Se denomina topología de un circuito a la forma en que el mismo se construye y para dar mayores definiciones, construimos la "topología" de la figura 1.

- Malla:

Es una trayectoria cerrada, tal que en su interior no queda otra trayectoria cerrada del circuito. Son mallas las formadas por las ramas **a-c-d**, **b-c-e**, **d-f-g**, y **e-h-f**.

Las trayectorias cerradas **a-b-e-d**, **d-e-h-g** y **a-b-h-g**, por ejemplo, no son mallas, porque incluyen dentro de ellas otras trayectorias cerradas.

- Nodo:

Es el punto de unión de dos o más ramas. Si sólo se empalman dos ramas, el nodo se denomina simple.

En la figura 1, son nodos **A, B, C, D, E**. Si **b'** y **b''** se consideran ramas, **K** sería un nodo simple.

Eléctricamente, se consideran nodos aquellos puntos cuya tensión es de interés.

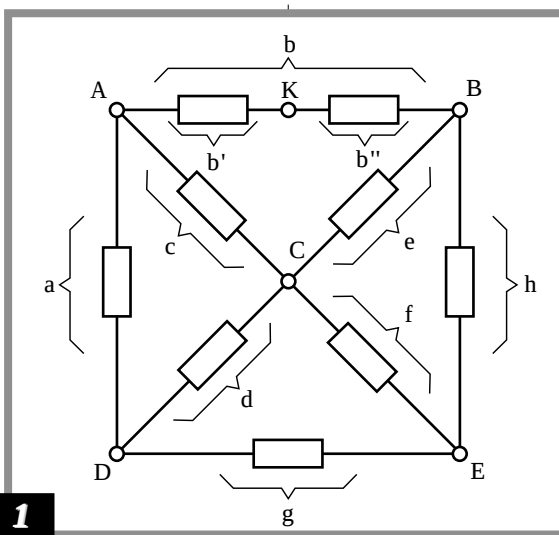
- Rama:

Es un elemento o conjunto de elementos conectados en serie, con dos terminales. Es decir, es una "línea" que va de un nodo a otro del circuito.

Son ramas **a, b, c, d, e, f, g, y h** de la figura 1. También podrían considerarse como ramas separadas, de acuerdo a la definición, **b'** y **b''**, en lugar de definirlas como partes de la rama **b**.

- Terminal:

Es un nodo que se caracteriza porque puede conectársele la excitación o la alimentación del circuito, tomarle la señal de respuesta o conectarle el terminal de otro circuito. En muchos casos, los terminales son los únicos puntos a través de los cuales se puede entrar al circuito.



1

- Trayectoria:

Corresponde al camino formado por varias ramas en serie. Si una trayectoria comienza en un nodo y termina en otro diferente, se denomina trayectoria abierta. Si finaliza en el mismo nodo en que se inició, es una trayectoria cerrada.

En la figura 1, **a-b-e** es una trayectoria abierta, **a-b-h-g** es una trayectoria cerrada.

Leyes de Kirchhoff

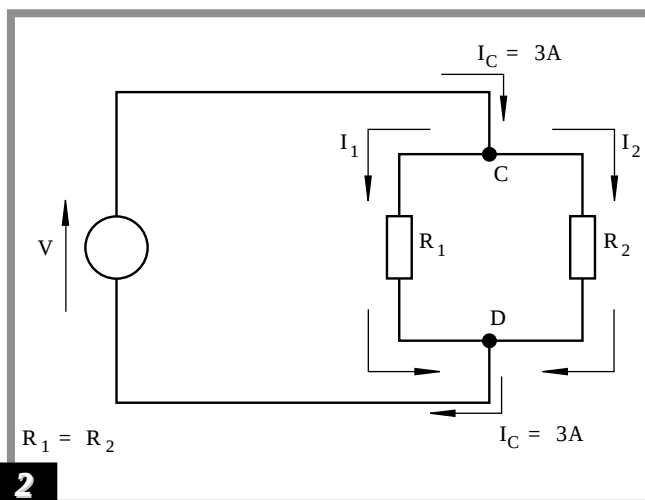
El físico alemán Gustav R. Kirchhoff formuló en 1857 dos leyes que descubrió experimentalmente.

Con la aplicación de las leyes de Kirchhoff se pueden resolver problemas de circuitos cuya solución sería muy difícil aplicando únicamente las relaciones tensión-corriente de los distintos elementos.

El problema típico a resolver con las leyes de Kirchhoff es entonces el de aquellos circuitos en los que existen una o varias excitaciones y se desea conocer los valores de todas las corrientes y caídas de tensión resultantes.

1) Primera ley de Kirchhoff

También se la llama: "ley de las corrientes". Establece que:



2

RESOLUCION DE CIRCUITOS

En cualquier circuito, la suma algebraica de las corrientes que concurren a un nodo es igual a cero.

Esta ley establece que la suma de las corrientes que llegan a un punto de un circuito es igual a la suma de las corrientes que salen. Para explicar esta ley, recurriremos al circuito de la figura 2.

La corriente total del circuito que entra por el punto C y sale por el D es:

$$I_C = I_1 + I_2 \quad (1)$$

R_1 y R_2 están en paralelo y, de acuerdo a la definición anterior, cada una de ellas constituye una rama. La corriente total ($I_C = 3$ A) se dividirá en el nodo C en corrientes individuales, inversamente proporcionales a la resistencia de cada rama. En este caso particular, como las resistencias son iguales, las corrientes también lo serán.

$$I_1 = I_2 = 1,5 \text{ A} \quad (2)$$

De todo lo visto, podemos decir que las corrientes se consideran:

- Positivas las corrientes que entran al nodo, porque se suman a la cantidad de electricidad que hay en ese punto (la corriente es carga por unidad de tiempo).
- Negativas las que salen del nodo, porque se restan a la cantidad de electricidad existente en el punto.

Si observamos nuevamente el punto C, podemos decir que:

$$+I_C - I_1 - I_2 = 0 \quad (3)$$

Esto es equivalente a la fórmula 1, aunque se haya reordenado pasando términos para igualarla a cero.

Si reemplazamos por los valores de corriente del circuito, tenemos:

$$+3\text{A} - 1,5\text{A} - 1,5\text{A} = 0$$

Es decir:

La suma algebraica de las corrientes del nodo C es igual a cero.

Aplicando un razonamiento similar, podemos verificar que la suma algebraica de las corrientes del nodo D es también nula. En este caso, los signos que corresponden según la convención establecida son:

$$+I_1 + I_2 - I_C = 0$$

En el circuito, I_1 e I_2 son entrantes e I_C saliente.

Supongamos ahora que el sentido de la corriente del circuito sea el inverso al anterior, para lo cual deberemos invertir el generador. Analizando la figura 2, vemos que sería:

$$\text{Nodo C:} \quad +I_1 + I_2 - I_C = 0$$

$$\text{Nodo D:} \quad +I_C - I_1 - I_2 = 0$$

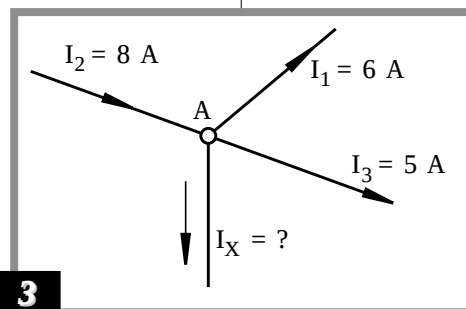
En ambos casos se cumple la igualdad.

Deducimos entonces que:

No es necesario conocer a priori los sentidos de las corrientes.

La ley de Kirchhoff se cumple igual aunque el presunto sentido de la corriente no sea el verdadero, siempre que el sentido elegido se mantenga durante toda la solución del problema. Una vez resuelto el circuito, se obtendrán los signos verdaderos de las corrientes.

La figura 3 representa un nodo A de un circuito. La incógnita es la corriente I_x . Como no conocemos ni su valor absoluto ni su sentido, para poder escribir la ecuación del nodo consideraremos que es saliente: la escribiremos entonces con signo negativo:



$$+I_2 - I_1 - I_3 - I_x = 0$$

Reemplazando ahora los valores numéricos:

$$+8\text{A} - 6\text{A} - 5\text{A} - I_x = 0$$

$$+8\text{A} - 11\text{A} - I_x = 0$$

RESOLUCION DE CIRCUITOS

Es decir: $-3A - I_X = 0$
 $I_X = -3A$

Los ampere negativos no existen. La solución es absurda, y nos está indicando el error de suponer que I_X es saliente.

Por lo tanto, el sentido correcto es entrante.

Supongamos ahora que hubiésemos elegido a priori I_X como entrante. La ecuación sería:

$$\begin{aligned} +I_2 - I_1 - I_3 + I_X &= 0 \\ +8A - 6A - 5A + I_X &= 0 \\ -3A + I_X &= 0 \\ I_X &= 3A \end{aligned}$$

Deducimos que la primera ley de Kirchhoff nos confirma la corrección del sentido supuesto.

Generalizando: “para un nodo al que convergen n corrientes (algunas entrantes y otras salientes), la primera ley de Kirchhoff se puede expresar como”:

$$\sum_{i=0}^n I_i = 0 \quad (4)$$

2) Segunda ley de Kirchhoff

A esta ley también suele denominársela “ley de las tensiones”. Establece que:

En cualquier malla de un circuito, la suma algebraica de las fuerzas electromotrices aplicadas y las caídas de tensión en los componentes pasivos es igual a cero.

Si partimos de un punto cualquiera de un circuito y recorremos las ramas que constituyen una malla hasta volver nuevamente al punto de partida, debemos encontrar el mismo potencial que había cuando iniciamos el recorrido. Por lo tanto, la suma de las f.e.m. que vayamos encontrando debe obligatoriamente ser igual a la suma de las caídas de tensión en los componentes pasivos. Sea el

circuito de la figura 4, se trata de una malla que contiene generadores (E_1 y E_2) y elementos pasivos (R_1 y R_2).

Comenzamos a recorrer la malla partiendo del punto N. En la figura 4b graficamos el potencial (en ordenadas) en función del recorrido. La escala del eje de abscisas no tiene ninguna dimensión. Simplemente indica los puntos por los que vamos pasando hasta volver a N. Suponemos que este punto es de potencial cero cuando iniciamos el recorrido (punto N del origen del gráfico). Calculemos primeramente la corriente del circuito. Como todos los elementos están en serie, y los dos generadores están en oposición, será:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} =$$

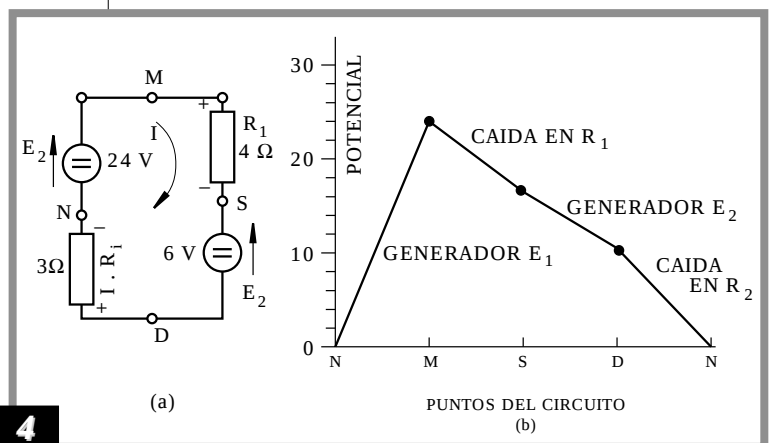
Si colocamos los valores dados en la figura 4 se tiene:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{24V - 6V}{5\Omega + 4\Omega} = \frac{18V}{9\Omega} = 2A \quad (5)$$

Para esta expresión, hemos supuesto que se trata de dos generadores ideales, sin resistencia interna y conductores de conexión también ideales.

La corriente tiene el sentido indicado por la flecha de la figura, porque prevalece el generador de 24V.

Partimos entonces del punto N, recorremos el circuito en el sentido de la corriente. Al pasar al punto M, hay un aumento de potencial de 24 volt debido a la



RESOLUCION DE CIRCUITOS

f.e.m. del generador E_1 . Al llegar al punto S, en cambio, hay una caída de tensión de:

$$I \cdot R_1 = 2A \cdot 4\Omega = 8V$$

El sentido de esta caída de tensión se opone a la f.e.m. del generador de 24V, tal como se indica en la figura.

Por lo tanto, el potencial del punto S es de 16V.

Al pasar de S a D, hay una nueva disminución de potencial, de 6V, debido esta vez a la presencia del generador E_2 , de sentido opuesto al de E_1 . El potencial del punto D es por ello de 10V.

Finalmente, al transitar desde D hasta N, atravesando el resistor R_2 , se produce otra caída de tensión:

$$I \cdot R_2 = 2A \cdot 5\Omega = 10V$$

Hemos regresado al punto N con potencial cero, tal como cuando partimos. Otra forma de escribir la ecuación del circuito, aplicando la segunda ley de Kirchhoff, es la siguiente:

$$E_1 - E_2 - I \cdot R_1 - I \cdot R_2 = 0 \quad (6)$$

esta fórmula nos permite calcular la corriente. Al despejar I , obtendremos la ecuación (5) que habíamos utilizado.

Generalizando esta ley para un circuito cerrado (malla) de n generadores y m elementos pasivos, podemos decir que se cumple que:

$$\sum_{i=0}^n (fem)_i + \sum_{i=0}^m (R \cdot I)_j = 0 \quad (7)$$

En el circuito de la figura 4, el sentido de la corriente se puede determinar fácilmente.

Pero en otros casos, más complicados, no surge tan inmediatamente, y debemos suponer un sentido arbitrariamente. Sin embargo, y al igual que en el caso de las corrientes (primera ley), esta elección ninguna dificultad representa para la aplicación de la ley.

Para comprobarlo, en la figura 5 hemos supuesto equivocadamente que la corriente I tiene el sentido antihorario indicado.

Recordemos que las caídas de tensión llevan el signo positivo en el borne del elemento por el que entra la corriente. La ecuación del circuito (6) debe escribirse ahora de esta forma:

$$E_1 - E_2 + I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = 0 \quad (8)$$

Despejando la corriente, obtenemos:

$$I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2} = \frac{6V - 24V}{5\Omega + 4\Omega} = \frac{-18V}{9\Omega} = -2A \quad (9)$$

Comparando este resultado con el obtenido de la ecuación (5), que proviene de la (6), en la que supusimos el sentido correcto de la corriente, vemos que se obtuvo ahora el mismo valor absoluto pero con signo negativo.

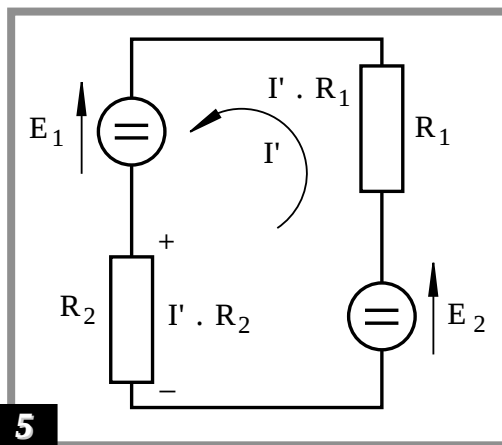
La ley de Kirchhoff nos ha advertido nuevamente nuestro error.

Podemos entonces afirmar definitivamente lo siguiente, que es válido para ambas leyes de Kirchhoff:

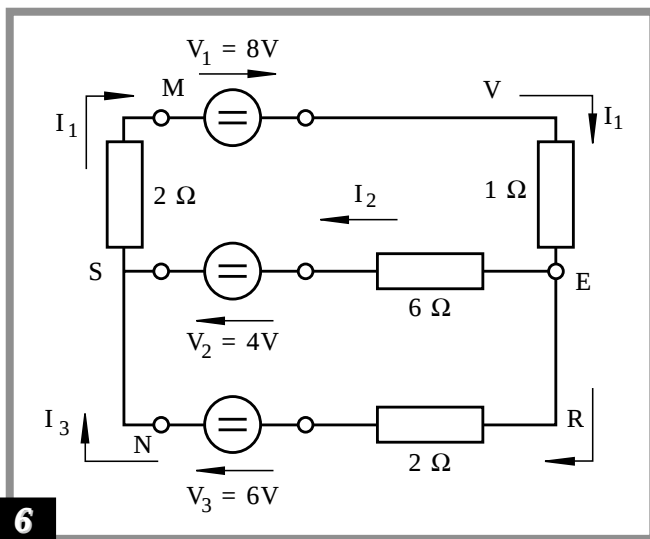
- El sentido supuesto para la circulación de la corriente no tiene importancia siempre que no se cambie durante la solución del problema.
- Si el sentido supuesto es el contrario al real, se obtendrá un resultado negativo al calcular la corriente.

Resolución de Circuitos

Las leyes de Kirchhoff facilitan los cálculos de circuitos –incluidas las redes eléctricas complejas–. La atribución de los signos algebraicos podría sin embargo parecer engorrosa y causante de equivocaciones. Indicare-



5



mos a continuación una serie de pasos o reglas –en realidad ya hemos mencionado algunas de ellas– que permiten reducir al mínimo la probabilidad de cometer errores.

1) Luego de estudiar el problema planteado, dibujamos un diagrama bien claro del circuito. Asignamos letras o números de identificación a los nodos y a los componentes activos y pasivos.

2) Indicamos la corriente de cada rama del circuito. Designamos como I_1 , I_2 , I_3 , etc. Elegimos un sentido para cada una de ellas, y lo marcamos en el diagrama circuital.

3) Marcamos la polaridad de las caídas de tensión en los elementos pasivos, recordemos que el signo positivo corresponde al terminal por el que entra la corriente y el negativo al terminal por el que sale.

4) Atribuimos signo positivo a aquellas f.e.m. que producen corrientes de igual sentido que el supuesto para la corriente de esa rama, y negativo a las que producen corrientes de sentido opuesto.

5) Determinamos la cantidad de incógnitas.

6) Planteamos tantas ecuaciones independientes como incógnitas existen.

Utilizamos las dos leyes de Kirchhoff, de modo que cada ecuación contenga un parámetro que no figure en las demás.

7) Resolvemos las ecuaciones hasta calcular todas las incógnitas.

8) Comprobamos las soluciones, reemplazando los valores hallados en la ecuación de alguna malla no utilizada para resolver el problema.

A los fines prácticos, vamos a calcular las corrientes y tensiones en el circuito de la figura 6. Para ello, seguimos los siguientes pasos:

- Nombramos con letras mayúsculas los nodos del circuito.

- Indicamos como I_1 , I_2 e I_3 las corrientes de las ramas y les atribuimos los sentidos marcados.

- Partimos de M y aplicamos la segunda ley a la malla M-V-E-S-M

$$+ 8V - I_1 \cdot 1\Omega - I_2 \cdot 6\Omega + 4V - I_1 \cdot 2\Omega = 0$$

$$3\Omega \cdot I_1 + 6\Omega \cdot I_2 = 12V \quad (18)$$

- Partiendo de N, hacemos lo mismo con la malla N-R-E-S-N:

$$- 6V + I_3 \cdot 2\Omega - I_2 \cdot 6\Omega + 4V = 0$$

$$6\Omega \cdot I_2 - 2\Omega \cdot I_3 = -2V \quad (19)$$

- Se necesita aún otra ecuación pues las incógnitas son tres. Podría plantearse la segunda ley de Kirchhoff para el circuito cerrado M-V-E-R-N-S-M, pero no sería una ecuación independiente, es decir:

- si se combina con la (18) da la (19).

- si se combina con la (19) da la (18).

Por lo tanto, no es útil para resolver el problema. La ecuación faltante la obtendremos aplicando la primera ley de Kirchhoff a algún nodo del circuito, el E por ejemplo:

$$+ I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Es decir:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (20)$$

- Reemplazando I_1 de (20) en la (18):

$$3\Omega \cdot (I_2 + I_3) + 6\Omega \cdot I_2 = 12V$$

O sea:

$$9\Omega \cdot I_2 + 3\Omega \cdot I_3 = 12V \quad (21)$$

Despejando I_3 de la (19):

$$I_3 = 3 \cdot I_2 + 1A$$

RESOLUCION DE CIRCUITOS

Que reemplazada en la (21) permite obtener:

$$I_2 = 0,5 \text{ A}$$

También:

$$I_3 = 2,5 \text{ A}$$

Utilizando la fórmula (20):

$$I_1 = 3 \text{ A}$$

- Así quedaría resuelto el problema. Para comprobar si la solución es correcta, plantearemos la ecuación de la trayectoria cerrada M-V-E-R-N-S-M, que no utilizamos en la resolución:

$$+ 8V - I_1 \cdot 1\Omega - I_3 \cdot 2\Omega + 6V - I_1 \cdot 2\Omega = 0$$

Introducimos ahora en esta ecuación los valores de I_1 e I_3 calculados:

$$+ 8V - 3A \cdot 1\Omega - 2,5A \cdot 2\Omega + 6V - 3A \cdot 2\Omega = 0$$

$$14V - 14V = 0$$

Comprobamos de esta forma que las soluciones halladas son correctas.

Observemos también que todas las corrientes resultaron positivas, lo que indica que los sentidos supuestos eran los correctos.

Sea ahora el circuito de la figura 7a para el que debemos calcular:

- Las corrientes en todas las ramas del circuito.
- Las caídas de tensión en los cinco resistores.

Para la resolución del circuito, debemos seguir los siguientes pasos:

- Las corrientes del circuito son tres: Las denominamos I_1 , I_2 e I_3 .

- Las incógnitas del problema son las corrientes. Una vez conocidas I_1 , I_2 e I_3 , las caídas de tensión se calculan directamente por ley de Ohm.

- Las ecuaciones que plantearemos son las de tensiones de las dos mallas y la de corrientes de un nodo:

mallá C-M-A-N-C:

$$+12V - 6\Omega \cdot I_1 + 18\Omega \cdot I_3 = 0 \quad (22)$$

mallá S-V-A-N-S:

$$+3V - 6\Omega \cdot I_2 + 18\Omega \cdot I_3 = 0 \quad (23)$$

nodo A:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (24)$$

- Eliminamos I_3 entre la (22) y la (23), restándolas miembro a miembro, para obtener I_1 :

$$+9V - 6\Omega \cdot I_1 + 6\Omega \cdot I_2 = 0 \quad (25)$$

$$I_1 = 1,5A + I_2 \quad (26)$$

Sustituyendo I_1 en (24):

$$I_3 = -2 \cdot I_2 - 1,5A \quad (27)$$

Reemplazando I_3 en la (23) obtenemos:

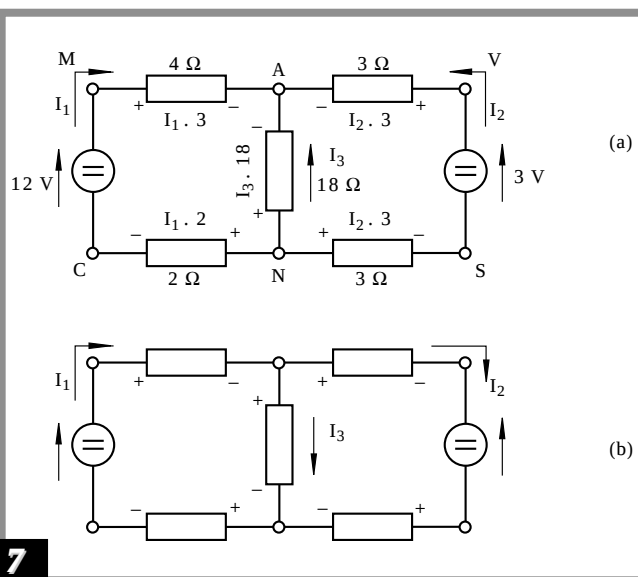
$$I_2 = -0,57A \quad (28)$$

Volviendo a la (26) calculamos I_1 :

$$I_1 = 0,93A \quad (29)$$

Finalmente, de la (24):

$$I_3 = -0,36A \quad (30)$$



- Estos resultados indican que los sentidos supuestos para I_2 e I_3 eran erróneos. Por lo tanto, en la figura 7b se representa nuevamente el circuito con los sentidos correctos.

- Utilizaremos ahora la ecuación de la trayectoria **C-M-A-V-S-N-C**, que no empleamos anteriormente, para comprobar los resultados.

$$+12V - 4\Omega \cdot I_1 - 3\Omega \cdot I_2 - 3V - 3\Omega \cdot I_2 - 2\Omega \cdot I_1 = 0$$

$$+9V - 6\Omega \cdot I_1 - 6\Omega \cdot I_2 = 0$$

$$9V - 9V = 0$$

- Calculamos las caídas de tensión:

$$V_{MA} = I_1 \cdot 4\Omega = 0,93A \cdot 4\Omega =$$

$$V_{AV} = I_2 \cdot 3\Omega = 0,57A \cdot 3\Omega =$$

$$V_{SN} = I_2 \cdot 3\Omega = 0,57A \cdot 3\Omega =$$

$$V_{NC} = I_1 \cdot 2\Omega = 0,93A \cdot 2\Omega =$$

$$V_{AN} = I_3 \cdot 18\Omega = 0,36A \cdot 18\Omega =$$

$$V_{MA} = \mathbf{3,72V}$$

$$V_{AV} = \mathbf{1,71V}$$

$$V_{SN} = \mathbf{1,71V}$$

$$V_{NC} = \mathbf{1,86V}$$

$$V_{AN} = \mathbf{6,48V}$$

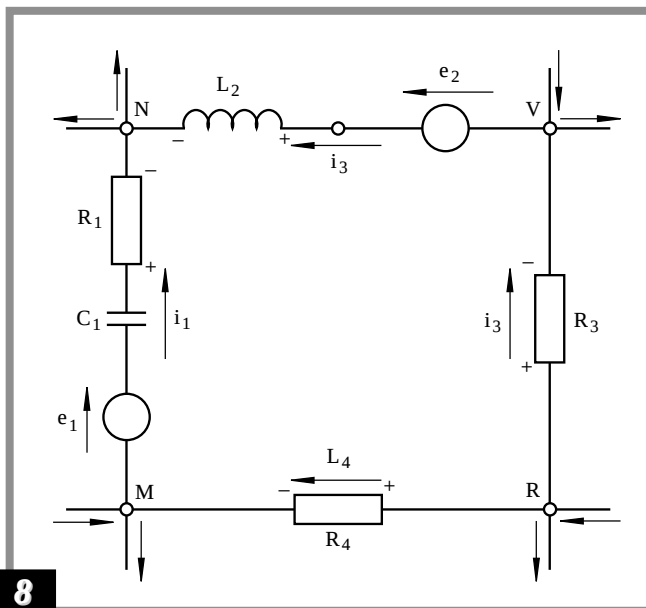
Los signos de las caídas de tensión son los indicados en la figura.

Resolución de Circuitos con otras Excitaciones

Las leyes son aplicables a circuitos con cualquier tipo de excitación y de componentes. A modo de ejemplo, consideremos la malla representada en la figura 8:

Recordando las expresiones de las caídas de tensión en los capacitores e inductores, la ecuación que surge de la segunda ley de Kirchhoff es:

$$+e_1 - (1/C) \int_0^t i_1 dt - i_1 \cdot R_1 + (di_2/dt) - e_2 + i_3 \cdot R_3 - i_4 \cdot R_4 = 0$$



8

Como puede apreciar, aquí aparece el cálculo integral, el cual puede no ser interpretado por muchos lectores, dado que se trata de matemática superior. Sin embargo, creemos oportuno mencionar dicho “cálculo”, dado que es la base de todo proyecto avanzado y no debe ser tenido en cuenta por los estudiantes que no posean experiencia en dichas formulaciones matemáticas. El obviar estos cálculos no le impedirá comprender el resto de la lección.

La ecuación dada no es suficiente para resolver el circuito. Habría que plantear otras, basadas en otras mallas y/o nodos que no se muestran.

Las corrientes son normalmente funciones del tiempo. No obstante ello, satisfacen en cada instante las leyes de Kirchhoff.

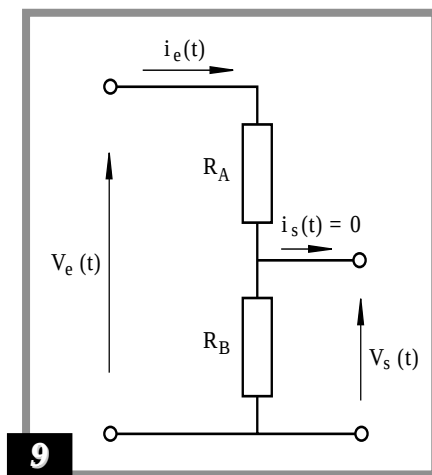
Divisores de tensión

Una de las aplicaciones más comunes de las leyes de Kirchhoff es como divisor de tensión. Supondremos que la corriente de salida sea cero, es decir, que la carga no consume energía del divisor. En el caso en que deba considerarse la corriente de salida, el circuito resulta más complicado.

Según el tipo de elemento que se utilice, existen divisores de tensión resistivos, capacitivos e inductivos.

a) Divisor resistivo

El circuito tiene la forma mostrada en la figura 9. En dicho circuito se deduce que:



$$v_e(t) = i_e(t) (R_A + R_B)$$

y además

$$v_s(t) = i_e(t) R_B$$

Combinando ambas ecuaciones se tiene que:

$$v_s(t) = \frac{R_B}{R_A + R_B} v_e(t) \quad (31)$$

Esta expresión permite calcular la salida del divisor resistivo.

b) Divisor capacitivo

En el divisor capacitivo de la figura 10, se cumple que por estar ambos capacitores en serie con respecto a la tensión de entrada:

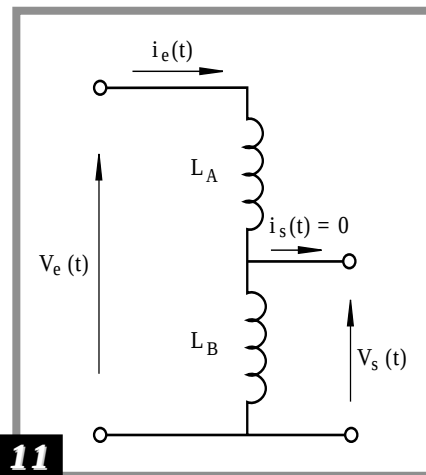
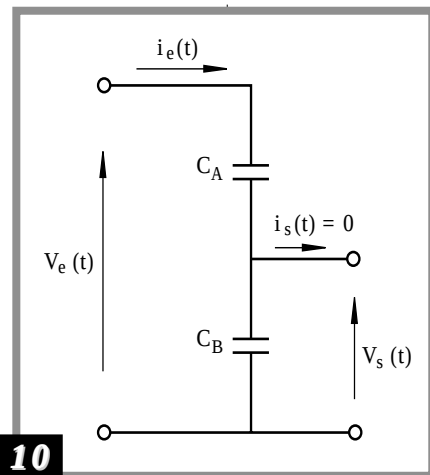
$$v_e(t) = \left(\frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B} \right) \cdot \int_0^t i_e(t) dt$$

En los terminales A y B de salida tendremos:

$$v_s(t) = \frac{1}{C_A} \cdot \int_0^t i_e(t) dt$$

Dividiendo las dos ecuaciones resulta:

$$v_s(t) = \frac{C_A}{C_A + C_B} v_e(t) \quad (32)$$



Esta ecuación vincula la entrada y la salida de un divisor capacitivo.

c) Divisor inductivo

La figura 11 muestra el esquema de un divisor inductivo. Las ecuaciones de la entrada y la salida son:

$$v_e(t) = (L_A + L_B) \frac{di_e(t)}{dt}$$

$$v_s(t) = L_B \frac{di_e(t)}{dt}$$

De las expresiones anteriores se obtiene:

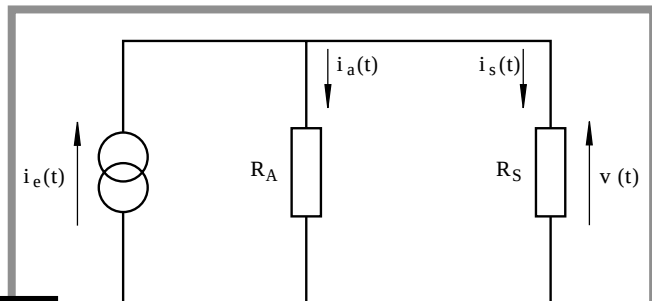
$$v_s(t) = \frac{L_B}{L_A + L_B} \cdot v_e(t)$$

Se deduce entonces, que en todos los casos la tensión de salida es una fracción de la de entrada, y de la misma forma. Estos circuitos se denominan también atenuadores.

Divisores de corriente

a) Divisor resistivo

El circuito de un divisor de corriente resistivo se muestra en la figura 12. Se cumple lo siguiente:



12

$$i_e(t) = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \right) \cdot v(t)$$

$$i_s(t) = \frac{1}{R_A} \cdot v(t)$$

Dividiendo las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

b) Divisor capacitivo

Las ecuaciones que rigen el divisor capacitivo de la figura 13 son las siguientes:

$$i_e(t) = (C_A + C_S) \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$i_s(t) = C_S \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

De las que se obtiene:

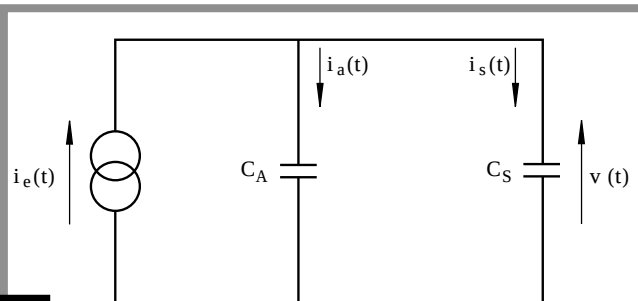
$$i_s(t) = \frac{C_S}{C_A + C_S} i_e(t)$$

Con dicha fórmula es posible calcular la corriente que circulará por cada rama.

c) Divisor inductivo

Las ecuaciones que rigen al divisor inductivo de la figura 14 son las siguientes:

$$i_e(t) = (1/L_A + 1/L_S) \int_0^t v(t) dt$$



13

$$i_s(t) = (1/L_S) \int_0^t v(t) dt$$

De aquí, se deduce que:

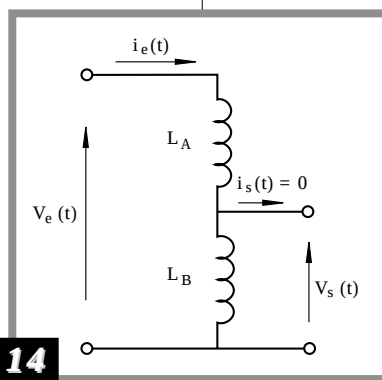
$$i_s(t) = \frac{L_A}{L_A + L_S} \cdot i_e(t)$$

La salida del divisor tendrá la misma forma que la señal de entrada, pero con una amplitud menor.

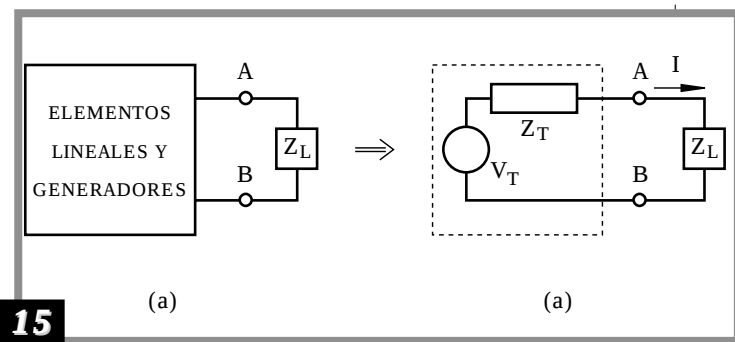
Teorema de Thévenin

Entre dos puntos cualesquiera de un circuito existe una cierta tensión e impedancia. Lo hemos comprobado muchas veces, al intentar intercalar o “colgar” algún elemento en el circuito, con resultados diversos según sean los puntos elegidos. Esta característica de los circuitos fue estudiada por Helmholtz en 1853 y por M. L. Thévenin treinta años después. Este último formuló el teorema que lleva su nombre y que simplifica el análisis de los circuitos al permitir la construcción de circuitos equivalentes a los dados. El teorema de Thévenin establece lo siguiente:

Cualquier dipolo (circuito de dos terminales) compuesto por elementos pasivos lineales y fuentes de energía que alimenta una carga arbitraria formada por componentes pasivos se puede



14



y la corriente de cortocircuito entre A y B. También se puede decir que es la impedancia que se “observa” entre los terminales del circuito cuando se desactivan todos los generadores que éste contiene y se desconecta además la carga. Recordemos que al desactivar los generadores se los debe reemplazar por sus respectivas impedancias internas.

En cuanto a Z_L , el circuito de la parte (b) de la figura 15, es el equivalente del de la parte (a). Si los dos circuitos de la figura 16 son equivalentes para cualquier valor de la impedancia de carga, también lo serán para $Z_L = \infty$ y $Z_L = 0$.

- El valor $Z_L = \infty$ corresponde a la condición de circuito abierto. En la figura 16a se observa que al comparar el circuito dado con su equivalente, resulta:

Tensión a circuito abierto del circuito original = V_T

- El valor $Z_L = 0$ significa condición de cortocircuito. De la inspección de la figura 16b surge que:

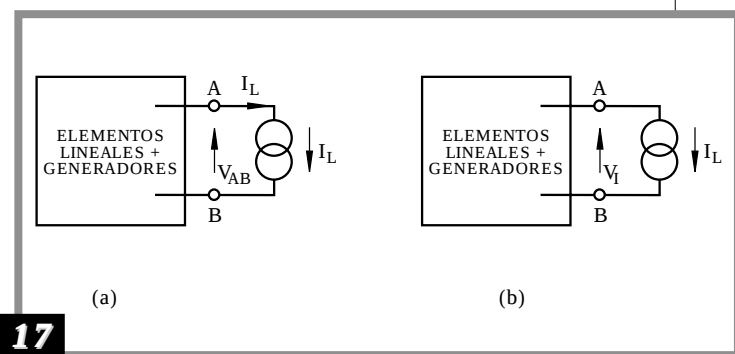
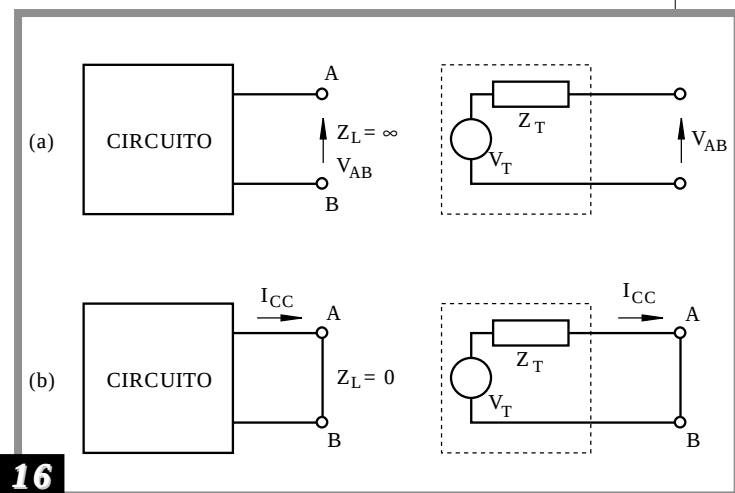
$$Z_T = V_T / I_{CC}$$

Otra demostración del teorema resulta de aplicar al circuito los principios de superposición, y de sustitución.

- Si en el circuito de la figura 15a se retira la carga y se coloca un generador de corriente (figura 17a), de igual valor que la corriente I_L que circulaba por la carga, la tensión V_{AB} entre los terminales A-B no se altera (principio de sustitución). Esta tensión será:

$$V_1 = I_L \cdot Z_T$$

Donde Z_T es la impedancia que presenta el circuito sin carga entre los terminales A y B (tengamos en cuenta que el generador auxiliar de corriente conecta- do tiene impedancia interna infinita).



reemplazar por la combinación en serie de un generador ideal V_T equivalente y una impedancia “interna del generador” Z_T .

En el esquema de la figura 15, V_T y Z_T deben cumplir las siguientes condiciones:

- V_T es la tensión que se obtiene entre los terminales del circuito cuando se desconecta la carga (tensión a circuito abierto).
- Z_T es la relación entre la tensión a circuito abierto

- Si se eliminan luego los generadores del circuito, se tendrá entre dichos terminales una tensión V_1 diferente (figura 17b).

- Finalmente, si se conectan nuevamente todos los generadores y se desconecta la carga y el generador de corriente auxiliar colocado previamente, se medirá una tensión V_T , tal como indicamos previamente.

- Superponiendo ambas tensiones, en virtud del principio de la superposición, obtendremos:

$$V_{AB} = V_T + V_1 = V_T - I_L \cdot Z_T$$

Esta expresión corresponde al enunciado del teorema de Thévenin. Para la carga de la figura 15, el circuito se resuelve, una vez hallado el equivalente de Thévenin, mediante la expresión:

$$I = V_T / (Z_T + Z_L)$$

Podemos mencionar asimismo en relación al teorema de Thévenin que:

- Su importancia radica en que permite representar circuitos activos por medio de modelos equivalentes más sencillos.

- Los circuitos complejos pueden considerarse como “cajas negras” si se dispone de dos terminales accesibles.

- Para aplicarlo se supone que el circuito y la carga están aplicados directamente, es decir, no debe existir un acoplamiento magnético.

- El teorema vale también para los circuitos lineales variables en el tiempo, aunque en este caso su aplicación es más complicada.

Los pasos que debemos seguir para la aplicación del teorema de Thévenin con el objeto de encontrar el equivalente de un circuito como el de la figura 15 son los siguientes:

1. Desconectamos la sección del circuito conectada a los terminales de interés (en nuestro caso, la impedancia de carga Z_L).

2. Determinamos la tensión entre los terminales que quedaron libres (midiendo o por cálculo). Se obtiene así V_T .

3. Reemplazamos en el circuito cada generador por su impedancia interna (un generador de tensión ideal se reemplaza por un cortocircuito y uno real por una impedancia pequeña, un generador de corriente ideal por un circuito abierto y uno real por una impedancia muy grande).

4. Una vez efectuados estos reemplazos, medimos o calculamos la impedancia que la carga “ve mirando hacia atrás” dentro del circuito. Esta será Z_T .

Aplicación del teorema

Sea el circuito de la figura 18.

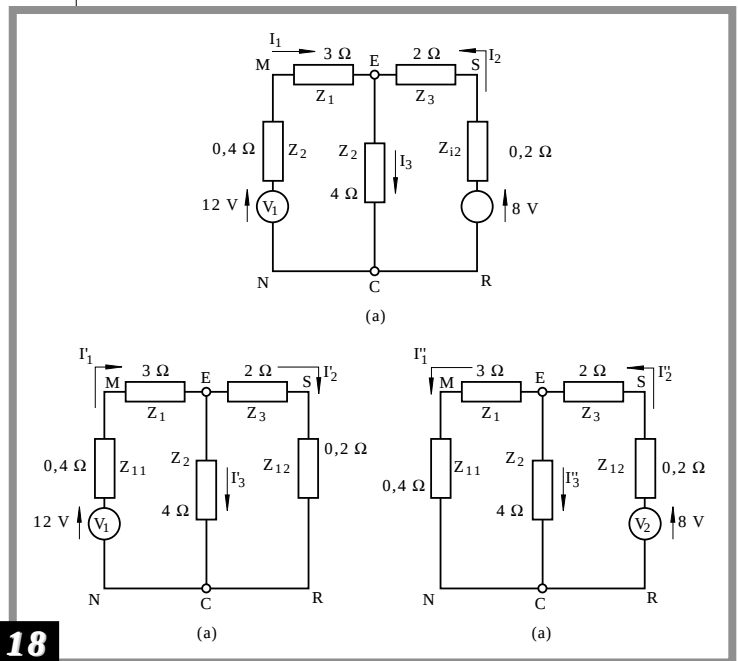
Calcularemos en este caso, la corriente en Z_3 .

Para ello, debemos realizar los dos pasos que permiten calcular los elementos del equivalente de Thévenin:

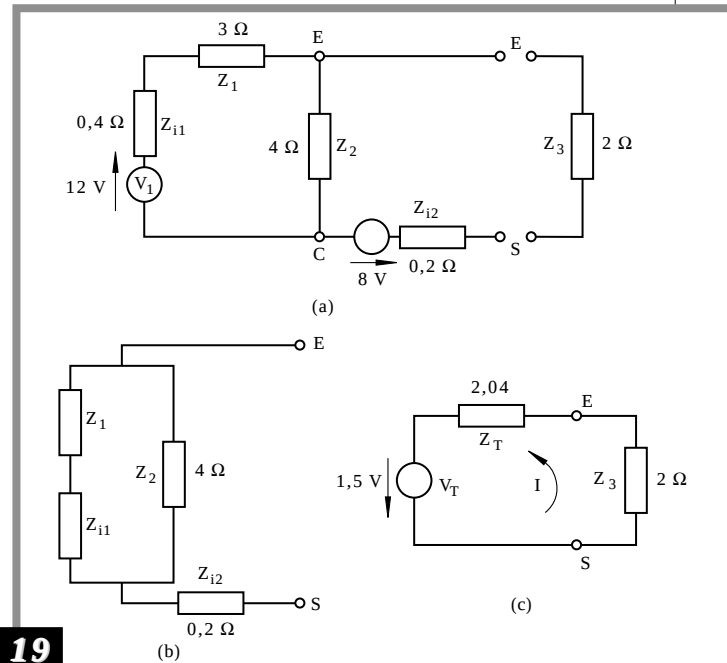
a) Cálculo de V_T del circuito de la figura 19

En el circuito queda aislada la posición de Z_3 , conectada entre E y S, que consideraremos como carga del circuito a los efectos de la aplicación del teorema. Debemos calcular la tensión V_T de Thévenin (a circuito abierto en relación a la carga).

- De la 2da. ley de Kirchhoff deducimos que, observando el circuito desde los terminales E y S tenemos la tensión:



18



19

$$V_T = V_{ES} = V_{EC} - V_2$$

Note que no habrá caída de tensión en la impedancia interna del generador de V_2 porque esa parte del circuito está abierta.

- La tensión entre C y D se calcula considerando la malla **N-M-E-C-N**, como el producto de la corriente de la malla por la impedancia Z_2 :

$$V_{EC} = I \cdot Z_2 = \frac{V_1}{Z_{i1} + Z_1 + Z_2} \cdot Z_2$$

Reemplazando valores:

$$V_{EC} = \frac{12V}{0,4\Omega + 3\Omega + 4\Omega} \cdot 4\Omega = 6,5V$$

- Podemos calcular ahora V_T :

$$V_T = V_{ES} = 6,50 - 8 = -1,50V$$

b) Cálculo de Z_T

La figura 19b muestra el circuito para las condiciones en que se debe calcular Z_T : Se desactivaron las fuentes y se dejaron en el circuito solamente sus impe-

dancias internas. Se observa la impedancia desde los terminales de la carga (Z_3 en este caso).

- La impedancia entre los puntos E y S es igual a la suma de Z_{i2} y la combinación en paralelo de Z_2 y la serie de Z_1 y Z_{i1} .

$$Z_T = Z_{i2} + \frac{Z_2 \cdot (Z_1 + Z_{i1})}{Z_1 + Z_2 + Z_{i1}}$$

Reemplazando valores:

$$Z_T = 0,2\Omega + \frac{4\Omega \cdot (3\Omega + 0,4\Omega)}{3\Omega + 4\Omega + 0,4\Omega} = 2,04\Omega$$

c) El circuito equivalente

El circuito equivalente obtenido se muestra en la figura 19c.

- De acuerdo a lo expresado, y teniendo en cuenta las leyes de Kirchhoff, tenemos que:

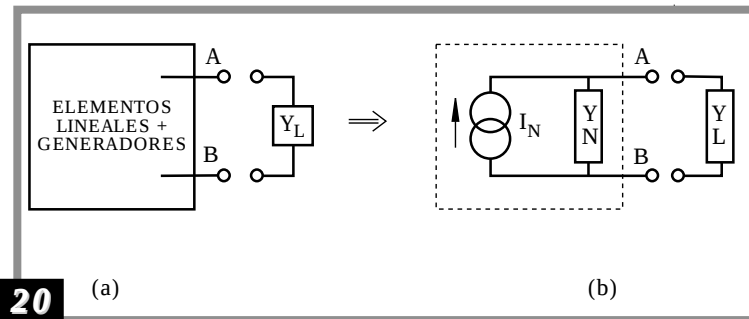
$$I = \frac{V_T}{Z_T + Z_3} = \frac{1,5\Omega}{2,04\Omega + 2\Omega} =$$

Observamos que aplicando el teorema de Thévenin hemos obtenido los mismos resultados que anteriormente por utilización directa de las leyes de Kirchhoff y el principio de superposición.

Teorema de Norton

Existe un postulado similar al teorema de Thévenin. Es el teorema de Norton, cuyo enunciado es el siguiente:

Cualquier circuito compuesto por elementos pasivos y generadores, de dos terminales accesibles, vista desde dichos terminales, se puede reemplazar por un equivalente formado por un generador ideal de corriente constante I_N en paralelo con una admitancia interna Y_N .



circuito de la figura 19, cuando está conectada la carga Y_L es:

$$V_{AB} = \frac{I_N}{Y_N + Y_L}$$

Esto es así porque la admitancia resultante de una serie de admitancias en paralelo es la sumatoria de las mismas.

De la misma manera, podemos decir que la corriente en la carga I_L será:

$$I_L = \frac{I_N \cdot Y_L}{Y_N + Y_L} = \frac{I_N \cdot Z_N}{Z_T + Z_L}$$

Esta expresión es un ejemplo de la dualidad que existe entre los modelos circuitales. Lo que pudimos expresar en función de la tensión y la impedancia de Thévenin podemos formularlo también según la corriente y admitancia de Norton.

Para mayor claridad, podemos indicar la dualidad en forma de tabla:

El uso de uno u otro teorema dependerá del tipo de configuración del circuito a resolver. Según sea dicha estructura, será más conveniente el empleo de modelos con generadores de tensión (Thévenin) o de corriente (Norton) a fin de lograr su simplificación.

Los pasos que deben seguirse para resolver un circuito como el de la figura 21 mediante el teorema de Norton son los siguientes:

- I_N es la corriente de corto circuito en los terminales del circuito en cuestión.
- Y_N es la relación entre la corriente de cortocircuito y la tensión a circuito abierto.

Este teorema permite transformar cualquier circuito en un divisor, de corriente en este caso, que facilita la resolución.

La figura 20 indica la equivalencia postulada por el teorema de Norton.

Si los circuitos de la figura 20 son equivalentes para cualquier valor de la admitancia de carga Y_L , también lo serán para valores extremos tales como:

- $Y_L = \infty$, que corresponde a la condición de cortocircuito.

- $Y_L = 0$, que equivale a un circuito abierto.

De la observación del circuito surge que:

- La corriente de cortocircuito I_{CC} del circuito original es I_N del modelo equivalente (figura 20a).

- La tensión de circuito abierto V_{CA} del circuito original es igual al cociente entre I_N e Y_N del modelo equivalente (figura 20b).

Se tiene entonces que:

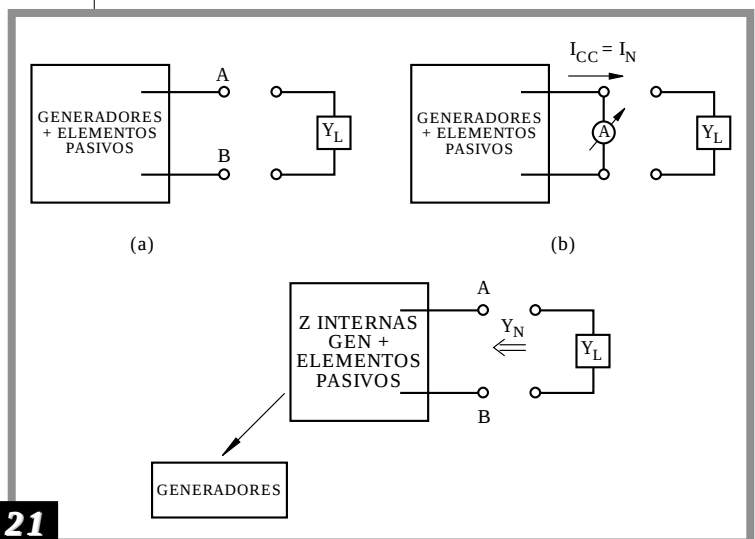
$$I_N = I_{CC}$$

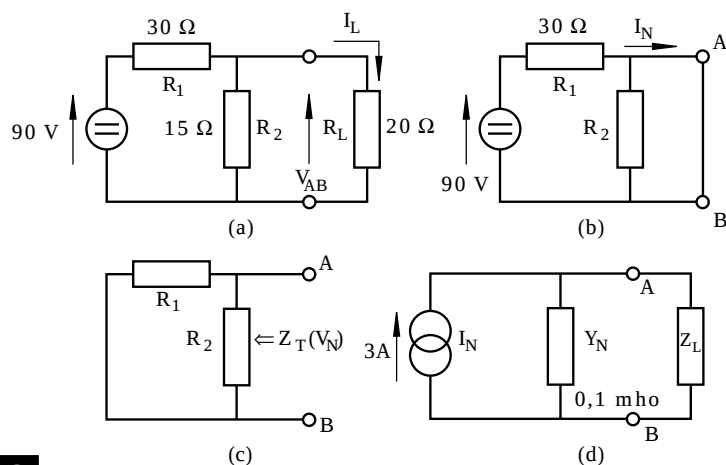
$$Y_N = I_N / V_{ca}$$

Con esto quedan definidos los parámetros del circuito equivalente de Norton. De la comparación con el teorema de Thévenin tratado en la sección anterior surge que:

$$Z_N = 1/Y_N$$

La tensión entre los terminales A y B del





a) Quitamos la carga y calculamos la corriente I_N con los terminales A y B en cortocircuito.

De la figura 22b deducimos que:

$$I_N = V / R_1$$

$$I_N = 90V / 30\Omega = 3A$$

b) Retiramos el corto y dejamos los terminales A y B a circuito abierto. Reemplazamos el generador de V1 por su impedancia interna (en este caso un cortocircuito porque suponemos que es un generador ideal), (figura 22c).

Calculamos la impedancia vista desde los terminales A y B en estas condiciones: Resulta ser el paralelo de R_1 y R_2 .

$$Z_T = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{30\Omega \cdot 15\Omega}{30\Omega + 15\Omega} = 10\Omega$$

O también:

$$Y_N = 1 / Z_T = 0,1 \text{ siemens}$$

c) Construimos el circuito equivalente de Norton (figura 22d). La corriente en la carga será:

$$I_L = \frac{I_N \cdot Z_L}{Z_T + Z_L} = \frac{3A \cdot 10\Omega}{10\Omega + 20\Omega} = 1A$$

Y la tensión:

$$V_{AB} = I_L \cdot R_L = 1A \cdot 20\Omega = 20V$$

d) Si deseamos desarrollar el circuito equivalente de Thévenin del ejemplo, se puede determinar fácilmente de acuerdo a la tabla de dualidad:

$$V_T = I_N \cdot Z_T = 3A \cdot 10\Omega = 30V$$

Se obtiene el circuito equivalente de la figura 23.

De esta forma, si se conoce uno cualquiera de los dos circuitos equivalentes, es muy sencilla la obtención

1. Desconectamos la sección del circuito conectada a los terminales que nos interesan (en este caso, se desconecta la carga Y_L de los puntos A y B) (figura 21a)

2. Determinamos (por cálculo o medición) la corriente que circularía a través de un conductor colocado entre los terminales de interés (A y B). Esta corriente con la salida en cortocircuito es la corriente de Norton I_N (figura 21b).

3. Retiramos el corto de los terminales A y B. Reemplazamos cada generador que esté dentro del circuito por su impedancia interna (figura 21c).

4. Una vez efectuados los reemplazos, medimos o calculamos la admitancia (o impedancia) que vería la carga "mirando hacia atrás" (lo mismo que se hizo para el teorema de Thévenin). La admitancia obtenida es la de Norton Y_N (o la impedancia de Thévenin Z_T).

5. Construimos el circuito equivalente conectando un generador ideal de corriente constante I_N en paralelo con una admitancia Y_N (o impedancia Z_T si se quiere). Conectamos también en paralelo la carga original Y_L (figura 20b).

6. Aplicamos las ecuaciones vistas para resolver el circuito.

Aplicación del Teorema de Norton

Resolveremos por el teorema de Norton el circuito de corriente continua de la figura 22a. La incógnita es la corriente y caída de tensión en la carga R_L .

del otro. Como corolario del estudio de los teoremas de Thévenin y Norton hemos deducido otro postulado de aplicación general:

Todo generador V de impedancia asociada Z se puede sustituir por un generador de corriente I equivalente de admitancia asociada Y , tales que:

$$I = V/Z ; \quad Y = 1/Z$$

De esta forma, podemos elegir entre un generador de corriente o uno de tensión ideales para representar un generador real a fin de analizar un circuito.

Hemos visto algunos métodos de resolución general de circuitos. En cada caso particular, deberá considerarse cuál es el método más sencillo de acuerdo al tipo de circuito. Por ejemplo, si se resuelve el circuito de la figura 18 mediante el método de Norton, se descubrirá que en realidad es más rápido y fácil hacerlo por el teorema de Thévenin.

En Síntesis, ya posee las herramientas necesarias para encarar el estudio de diferentes disciplinas relacionadas con la electrónica. Los estudiantes del Curso que

eligieron la Guía de nuestros docentes y se inscribieron como alumnos regulares, seguramente tendrán muchas consultas que realizar sobre esta lección. A todos ellos les comento que junto con la remesa correspondiente al Test de evaluación del Tomo N° 5, recibirán material bibliográfico que les permitirá evacuar muchas dudas.

A todos los lectores que han seguido este curso les doy las gracias y espero que puedan aprovechar cada conocimiento vertido en estas más de 400 páginas con el objeto de desarrollarse profesionalmente. Como siempre digo, esto no termina aquí... es sólo el comienzo.

Desde ya que pueden contar con todo nuestro apoyo y tengan la plena seguridad que seguiremos publicando ediciones especiales de nuestra querida "Saber Electrónica" para que puedan completar su colección. Al respecto, les comento que desde el próximo mes comenzaremos la edición del Curso Práctico de Electrónica, compuesto de 4 lecciones, cuyo detalle se promociona en esta misma página.

¡Hasta la próxima!

No se pierda la Colección:

"CURSO PRACTICO DE ELECTRONICA"

Para quienes hayan adquirido los 6 tomos del **Curso de Electrónica con Prácticas y Evaluaciones**, hemos preparado un nuevo "Curso Práctico" que le enseñará a realizar mediciones en Equipos Electrónicos de Consumo (Radio, Audio, TV, CD, PC, etc.) y brindará pautas de reparación sobre aparatos comerciales.

Este nuevo curso posee solamente 4 lecciones de publicación mensual y quienes adquieran los 4 tomos, tendrán derecho a un texto completo de reparación "AVANZADO" totalmente **GRATIS**.

Cada tomo cuesta \$4,90 y se divide en cuatro partes:

- a) Teoría de Reparación**
- b) Mediciones en Equipos Electrónicos**
- c) Uso de Instrumental Apropriado**
- d) Montajes Electrónicos Didácticos Completos**

Sale el Mes Próximo. Resérvelo Ya